Kangourou Sans Frontières

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu

Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych

Międzynarodowy Konkurs Matematyczny

KANGUR 2016

Junior

J

Klasy III gimnazjów i I liceów

Czas trwania konkursu: 75 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!

Pytania po 3 punkty

1. 2016 godzin to

A) 6 tygodni. B) 8 tygodni. C) 10 tygodni. D) 12 tygodni. E) 16 tygodni.

2. Średnia arytmetyczna czterech liczb jest równa 9. Trzy z nich to: 5, 9 i 12. Czwartą z tych liczb jest

A) $\frac{9}{4}$. B) 6. C) $\frac{26}{3}$. D) 10. E) 36.

3. Która z poniższych liczb różni się najmniej od liczby $\frac{17 \cdot 0{,}3 \cdot 20{,}16}{999}$?

A) 0,01 B) 0,1 C) 1 D) 10 E) 100

4. Test składał się z 30 pytań. Renata odpowiedziała na każde z pytań testu. Liczba jej poprawnych odpowiedzi była o 50% większa od liczby odpowiedzi błędnych. Na ile pytań Renata odpowiedziała poprawnie?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

5. Cztery spośród pięciu punktów, których współrzędne (w kartezjańskim układzie współrzędnych) podano poniżej, są wierzchołkami kwadratu. Który z punktów nie należy do tego kwadratu?

A) $(-3, -4)$ B) $(1, 2)$ C) $(-4, 2)$ D) $(1, -3)$ E) $(-4, -3)$

6. Reszta z dzielenia liczby całkowitej dodatniej x przez 6 jest równa 3. Ile jest równa reszta z dzielenia liczby $3x$ przez 6?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

7. Łukasz, który nie poznał jeszcze sposobu zapisywania liczb ujemnych z użyciem znaku poprzedzającego − (minus), wymyślił własny sposób zapisywania liczb całkowitych ujemnych. Wypisując kolejne liczby całkowite od większych do mniejszych napisał: ... 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, ... Jaki jest wynik działania $000 + 0000$ zapisany w notacji Łukasza?

A) 1 B) 00000 C) 000000 D) 0000000 E) 00000000

8. Na ścianach sześciennej kostki widnieją liczby: -1, -3, -5, 2, 4 i 6, po jednej na każdej ścianie. Suma liczb wyrzuconych przy jednoczesnym rzucie dwiema takimi kostkami nie może być równa

A) 3. B) 4. C) 5. D) 7. E) 8.

9. Ile jest równa najmniejsza liczba przestawień sąsiednich liter w słowie **BAKU**, aby powstało z niego słowo **KUBA**?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. Wiadomo, że $a + 5 = b - 1 = c + 3 = d - 4$. Która spośród liczb a, b, c, d jest największa?

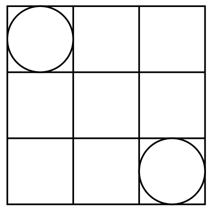
A) a B) b C) c D) d E) Nie można tego ustalić.

Pytania po 4 punkty

11. Jaś napisał na tablicy pięć różnych jednocyfrowych liczb całkowitych dodatnich. Zauważył, że suma żadnych dwóch spośród tych liczb nie jest równa 10. Którą z poniższych liczb Jaś na pewno napisał?

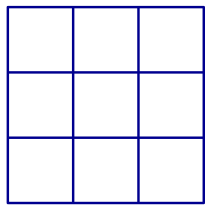
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. Kwadrat 3×3 podzielono na 9 kwadratów jednostkowych i w dwa narożne kwadraty wpisano okręgi – tak jak na rysunku. Ile jest równa najmniejsza odległość pomiędzy dwoma punktami, z których jeden leży na jednym z tych okręgów, a drugi na drugim?



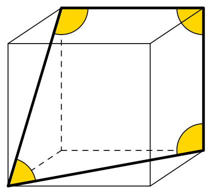
A) $2\sqrt{2} - 1$ B) $\sqrt{2} + 1$ C) $2\sqrt{2}$ D) 2 E) 3

13. Kwadrat 3×3 podzielono na 9 kwadratów jednostkowych (patrz rysunek). Piotr chce pokolorować kwadraty jednostkowe w taki sposób, aby kwadraty w każdym wierszu, w każdej kolumnie i na przekątnych miały różne kolory. Najmniejsza liczba kolorów, jakich musi użyć Piotr, jest równa



A) 3. B) 4. C) 5. D) 6. E) 7.

14. W sześcianie zaznaczono cztery kąty, tak jak na rysunku obok. Ile jest równa suma miar tych kątów?

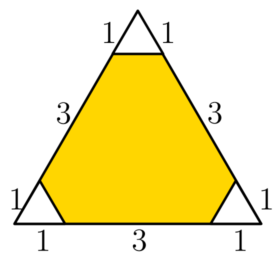


A) $315°$ B) $330°$ C) $345°$ D) $360°$ E) $375°$

15. W Kangurowej Krainie każdy miesiąc ma 40 dni. Kolejne dni miesiąca są ponumerowane liczbami od 1 do 40. Dni o numerach podzielnych przez 6 oraz dni o numerach będących liczbami pierwszymi są dniami świątecznymi. Ile razy w każdym miesiącu wypadnie pojedynczy dzień roboczy pomiędzy dwoma dniami świątecznymi?

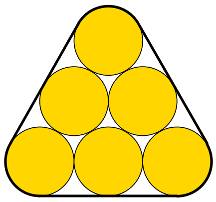
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

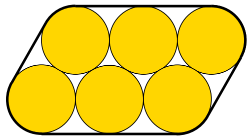
16. Ile procent pola trójkąta na rysunku obok stanowi pole jego zacieniowanej części?



A) 80% B) 85% C) 88% D) 90%
E) Nie można tego obliczyć.

17. Sześć rurek o średnicy 2 cm rozmieszczono na dwa sposoby. Raz w ramce „trójkątnej” (rysunek 1), a drugi raz w ramce w kształcie „równoległoboku” (rysunek 2). Obwód ramki na rysunku 1 jest


Rysunek 1.


Rysunek 2.

A) o π cm krótszy niż obwód ramki na rysunku 2.
B) o 4 cm krótszy niż obwód ramki na rysunku 2.
C) o π cm dłuższy niż obwód ramki na rysunku 2.
D) o 4 cm dłuższy niż obwód ramki na rysunku 2.
E) równy obwodowi ramki na rysunku 2.

18. W puste pola kwadratu na rysunku obok należy wpisać liczby 2, 4, 5, 10, 25, 50, 100 (po jednej w każde pole) w taki sposób, aby iloczyny liczb w każdym wierszu, w każdej kolumnie i na każdej z dwóch przekątnych kwadratu były sobie równe. Jaka liczba znajdzie się w zaznaczonym polu?

20	1	

A) 2 B) 4 C) 5 D) 10 E) 25

19. Wśród 2016 kangurów każdy jest szary albo rudy, przy czym przynajmniej jeden jest szary i przynajmniej jeden jest rudy. Każdemu kangurowi K przyporządkowujemy liczbę będącą ilorazem liczby kangurów innego koloru niż K przez liczbę kangurów o tym samym kolorze co K (wliczamy K). Ile jest równa suma liczb przyporządkowanych wszystkim 2016 kangurom?

A) 2016 B) 1344 C) 1008 D) 672 E) Za mało danych, aby obliczyć tę sumę.

20. Liczby 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 zapisano na 8 kartkach, po jednej na kartce. Alicja wzięła kilka z tych kartek. Pozostałe zabrała Beata. Okazało się, że suma liczb na kartkach zabranych przez Alicję jest o 31 większa od sumy liczb na kartkach Beaty. Ile kartek wzięła Alicja?

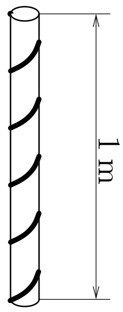
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Pytania po 5 punktów

21. Osiem dziewcząt rozegrało cztery mecze ćwierćfinałowe turnieju tenisowego. Cztery zwyciężczynie rozegrały dwa mecze półfinałowe, a dwie zwyciężczynie półfinałów rozegrały finał. Okazało się, że w tych meczach (kolejność przypadkowa): Beata wygrała z Anną, Celina z Dorotą, Gosia z Haliną, Gosia z Celiną, Celina z Beatą, Ewa z Franią. Jaki był brakujący wynik?

A) Gosia wygrała z Beatą. B) Celina wygrała z Anną. C) Ewa wygrała z Celiną.
D) Beata wygrała z Haliną. E) Gosia wygrała z Ewą.

22. Łodyga równomiernie rosnącego w górę pnącza owinęła się dokładnie 5 razy wokół okrągłej tyczki o wysokości 1 m i obwodzie 15 cm (patrz rysunek). Jaka jest długość tej łodygi?



A) 0,75 m B) 1,0 m C) 1,25 m D) 1,5 m E) 1,75 m

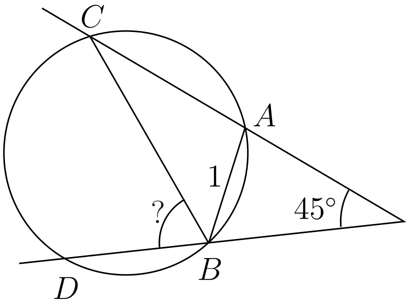
23. Ile jest równa możliwie największa reszta z dzielenia liczby dwucyfrowej przez sumę jej cyfr?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

24. Od punktu X do punktu Y motorówka płynie z prądem rzeki 4 godziny, a z powrotem 6 godzin. Ile godzin od punktu X do punktu Y będzie płynął drewniany klocek?

A) 5 B) 10 C) 13 D) 20 E) 24

25. Proste zawierające cięciwy AC i BD okręgu o promieniu 1 przecinają się pod kątem 45°, a cięciwa AB ma długość 1 (patrz rysunek). Jaka jest miara kąta CBD?

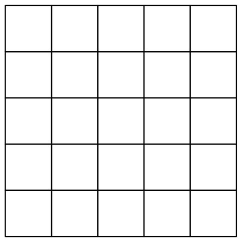


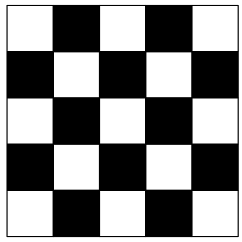
A) 60° B) 65° C) 70° D) 75° E) 80°

26. Dwie wysokości trójkąta mają długości 10 cm i 11 cm. Która z poniższych wartości nie może być długością trzeciej wysokości tego trójkąta?

A) 5 cm B) 6 cm C) 7 cm D) 10 cm E) 100 cm

27. Biały kwadrat o wymiarach 5×5 podzielono na 25 kwadratów jednostkowych (rysunek 1). W jednym ruchu wolno zmienić kolor dowolnych dwóch kolejnych kwadratów w jednym wierszu lub w jednej kolumnie, przy czym przy takim ruchu kwadraty białe stają się czarne, a kwadraty czarne stają się białe. Jaka jest najmniejsza liczba ruchów potrzebnych, by otrzymać kwadrat przedstawiony na rysunku 2?


Rysunek 1.


Rysunek 2.

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

28. Kuba napisał cztery kolejne liczby całkowite dodatnie: n, $n+1$, $n+2$, $n+3$. Następnie obliczył wszystkie cztery możliwe sumy trzech spośród tych czterech liczb. Żadna z nich nie była liczbą pierwszą. Najmniejszą liczbą n, którą mógł napisać Kuba, jest

A) 12. B) 10. C) 7. D) 6. E) 3.

29. Wokół okrągłego stołu usiadły cztery osoby, z których każda uprawia jedną i tylko jedną dyscyplinę sportową: jeździectwo, kolarstwo, łyżwiarstwo, narciarstwo. Osoba jeżdżąca konno siedzi obok Anety po jej lewej stronie. Osoba jeżdżąca na rowerze siedzi naprzeciw Bogdana. Ewa i Filip siedzą obok siebie. Obok osoby jeżdżącej na łyżwach po jej lewej stronie siedzi kobieta. Jaką dyscyplinę sportową uprawia Ewa?

A) Kolarstwo. B) Jeździectwo. C) Łyżwiarstwo. D) Narciarstwo. E) Nie można tego ustalić.

30. W maratonie wzięło udział 2016 zawodników o numerach startowych od 1 do 2016. Przed startem niektórzy z nich przywitali się uściskiem dłoni. Okazało się, że każdy z zawodników o numerach od 1 do 2015 uścisnął rękę tylu zawodnikom, jaki był jego numer startowy. Ilu uczestnikom maratonu uścisnął dłoń zawodnik o numerze startowym 2016?

A) 1 B) 504 C) 672 D) 1008 E) 2015
