



## Międzynarodowy Konkurs Matematyczny

# KANGUR 2018

## Junior

Klasy III gimnazjów i I liceów

Czas trwania konkursu: 75 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!



### Pytania po 3 punkty

1. Która z poniższych liczb jest największa?

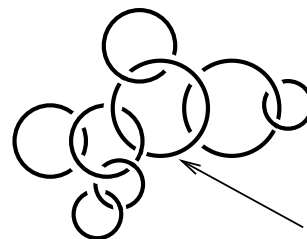
- A)  $2 - 0 \cdot 1 + 8$     B)  $2 + 0 \cdot 1 \cdot 8$     C)  $2 \cdot 0 + 1 + 8$     D)  $2 \cdot (0 + 1 + 8)$     E)  $2 \cdot 0 + 1 \cdot 8$

2. W pewnej rodzinie każde dziecko ma przynajmniej dwóch braci i przynajmniej jedną siostrę. Co najmniej ile dzieci jest w tej rodzinie?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

3. Z ilu pierścieni przedstawionych na rysunku składa się najdłuższy łańcuch zawierający pierścień wskazany strzałką?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7



4. Długości dwóch boków trójkąta są równe 5 i 2, a długość trzeciego boku jest liczbą całkowitą nieparzystą. Ile jest równa długość tego boku trójkąta?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

5. Trzydziesty dzień pewnego miesiąca wypadł w czwartek. Jaki dzień tygodnia był piątego dnia tego miesiąca?

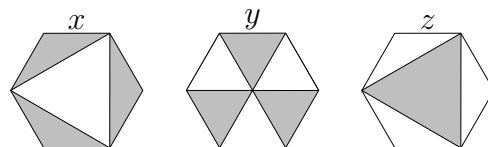
- A) Poniedziałek.    B) Środa.    C) Czwartek.    D) Sobota.    E) Niedziela.

6. Suma kolejnych pięciu liczb całkowitych jest równa  $10^{2018}$ . Ile jest równa trzecia z tych liczb?

- A)  $10^{2013}$     B)  $5^{2017}$     C)  $10^{2017}$     D)  $2^{2018}$     E)  $2 \cdot 10^{2017}$

7. Sumy pól zacieniowanych części każdego z trzech przystających sześciokątów foremnych są równe odpowiednio  $x$ ,  $y$  i  $z$  (patrz rysunek). Które z poniższych zdań jest prawdziwe?

- A)  $x = y = z$     B)  $y = z \neq x$     C)  $z = x \neq y$     D)  $x = y \neq z$     E) Wartości  $x$ ,  $y$ ,  $z$  są parami różne.



8. Maria zerwała w swoim sadzie 42 jabłka, 60 gruszek i 90 śliwek. Zamierza ona porozkładać wszystkie owoce do koszyków w taki sposób, aby zawartości koszyków były jednakowe. W ilu co najwyżej koszykach może rozmieścić te owoce?

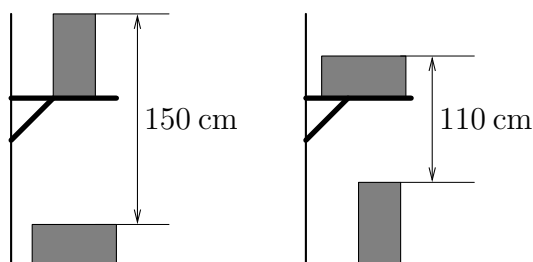
- A) 3    B) 6    C) 10    D) 14    E) 42

9. W prawidłowo wykonanym działaniu dodawania pewne cyfry zastąpiono literami  $P, Q, R, S$ , przy czym różne cyfry zastąpiono różnymi literami. Ile jest równa suma  $P + Q + R + S$ ?

$$\begin{array}{r} P 4 5 \\ + Q R S \\ \hline 6 5 4 \end{array}$$

- A) 14                      B) 15                      C) 16                      D) 17                      E) 24

10. Jedno z dwóch jednakowych prostopadłościennych pudełek o podstawie kwadratu znajduje się na podłodze, a drugie na półce wiszącej na ścianie. Odległość od płaszczyzny górnej ściany pudełka leżącego na podłodze do płaszczyzny górnej ściany pudełka stojącego na półce jest równa 150 cm. Odległość zaś od płaszczyzny górnej ściany pudełka stojącego na podłodze do płaszczyzny górnej ściany pudełka leżącego na półce jest równa 110 cm (patrz rysunek poniżej). Jak wysoko nad podłogą znajduje się blat półki?



- A) 110 cm                      B) 120 cm                      C) 130 cm                      D) 140 cm                      E) 150 cm

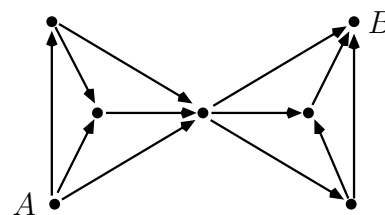
### Pytania po 4 punkty

11. Ile jest równa suma 25% liczby 2018 i 2018% liczby 25?

- A) 1009                      B) 2016                      C) 2018                      D) 3027                      E) 5045

12. W grafie przedstawionym na rysunku poruszamy się od punktu  $A$  do punktu  $B$  zgodnie ze strzałkami. Ile jest wszystkich takich dróg?

- A) 20                      B) 16                      C) 12                      D) 9                      E) 6



13. Po tej samej stronie ulicy zbudowano dwa domy studenckie. Wejścia do nich znajdują się przy ulicy i są odległe od siebie o 250 metrów. Pierwszy z domów zamieszkuje 100 studentów, a drugi 150 studentów. W którym miejscu należy zbudować przystanek autobusowy, aby suma odległości od przystanku do swojego domu, jakie muszą pokonać wszyscy studenci zamieszkujący te domy, była jak najmniejsza?

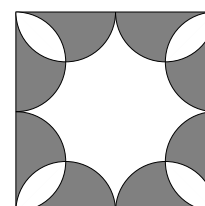
- A) Naprzeciw wejścia do pierwszego domu.                      B) 100 metrów od wejścia do pierwszego domu.  
C) 100 metrów od wejścia do drugiego domu.                      D) Naprzeciw wejścia do drugiego domu.  
E) Gdziekolwiek pomiędzy tymi domami.

14. Franek wypisywał kolejne liczby naturalne w ten sposób, że każdą liczbę  $n$  napisał  $n$  razy: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ... Skończył po napisaniu 105 liczb. Ile razy zapisał liczbę podzieloną przez 3?

- A) 3                      B) 12                      C) 21                      D) 30                      E) 45

15. Wewnątrz kwadratu o boku długości 4 narysowano 8 przystających do siebie półokręgów. Ile jest równa suma pól niezacieniowanych części kwadratu?

- A)  $2\pi$                       B) 8                      C)  $6 + \pi$                       D)  $3\pi - 2$                       E) 9



16. Ile cyfr w zapisie dziesiętnym ma liczba  $\frac{1}{9} \cdot 10^{2018} \cdot (10^{2018} - 1)$ ?
- A) 2017                      B) 2018                      C) 4035                      D) 4036                      E) 4037
17. W pewnej wyższej szkole humanistycznej można uczyć się języków, historii i filozofii. 35% studentów uczących się języka w tej szkole uczy się języka angielskiego. 13% studentów szkoły uczy się innego języka niż angielski. Żaden ze studentów tej szkoły nie uczy się więcej niż jednego języka. Jaki procent studentów tej szkoły uczy się języków?
- A) 13%                      B) 20%                      C) 22%                      D) 48%                      E) 65%
18. Zosia chciała kupić wymarzoną książkę, ale nie miała żadnych pieniędzy. Zrealizowała swoje marzenie z pomocą ojca i swoich dwóch braci, którzy dali jej kwotę potrzebną na zakup. Ojciec dał jej połowę kwoty, którą dostała od swoich braci. Starszy brat dał jej jedną trzecią kwoty, którą dostała od ojca i młodszego brata. Od młodszego brata otrzymała 10 złotych. Ile złotych kosztowała ta książka?
- A) 24 zł                      B) 26 zł                      C) 28 zł                      D) 30 zł                      E) 32 zł
19. Ile jest liczb trzycyfrowych o tej własności, że liczba dwucyfrowa otrzymana z takiej liczby poprzez wykreślenie środkowej cyfry jest równa  $\frac{1}{9}$  tej liczby?
- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5
20. Wiadomo, że  $\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^{10}$ . Ile razy składnik  $2018^2$  występuje w sumie pod pierwiastkiem?
- A) 5                      B) 8                      C) 18                      D)  $2018^8$                       E)  $2018^{18}$

### Pytania po 5 punktów

21. Pewnego dnia każdy z 40 pociągów wykonuje jeden kurs pomiędzy pewnymi dwoma miastami spośród pięciu miast  $M$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $P$  i  $R$ . Dziesięć z tych pociągów wykonuje kurs do  $M$  albo z  $M$ . Dziesięć z tych pociągów wykonuje kurs do  $N$  albo z  $N$ . Dziesięć z tych pociągów wykonuje kurs do  $O$  albo z  $O$ . Dziesięć z tych pociągów wykonuje kurs do  $P$  albo z  $P$ . Ile pociągów wykonuje kurs do  $R$  albo z  $R$ ?
- A) 0                      B) 10                      C) 20                      D) 30                      E) 40
22. Kolejne wierzchołki 2018-kąta foremnego ponumerowano liczbami od 1 do 2018. W wielokącie tym poprowadzono przekątną łączącą wierzchołki o numerach 18 i 1018 oraz przekątną łączącą wierzchołki o numerach 1018 i 2000. Przekątne te podzieliły dany wielokąt foremny na 3 wielokąty. Ile wierzchołków ma każdy z tych trzech wielokątów?
- A) 38, 983, 1001    B) 37, 983, 1001    C) 38, 982, 1001    D) 37, 982, 1000    E) 37, 983, 1002
23. Na wydruku komputerowym składającym się z liczb całkowitych widnieje liczba 2018. Zarówno suma wszystkich wydrukowanych liczb, jak i ich iloczyn są równe po 2018. Która z poniższych liczb może być równa liczbie liczb na tym wydruku?
- A) 2016                      B) 2017                      C) 2018                      D) 2020                      E) 2022
24. Dane są cztery liczby dodatnie. Spośród nich wybieramy trzy liczby, obliczamy ich średnią arytmetyczną i do niej dodajemy niewybraną czwartą liczbę. W wyniku takiej operacji wykonanej dla każdej z czterech możliwości otrzymano następujące wyniki: 17, 21, 23, i 29. Ile jest równa największa liczba wśród czterech danych liczb?
- A) 12                      B) 15                      C) 21                      D) 24                      E) 29

25. Punkty  $A_0, A_1, A_2, \dots$  leżą na jednej prostej i  $|A_0A_1| = 1$  oraz dla każdego  $n$  punkt  $A_n$  jest środkiem odcinka  $A_{n+1}A_{n+2}$ . Ile jest równa długość odcinka  $A_0A_7$ ?

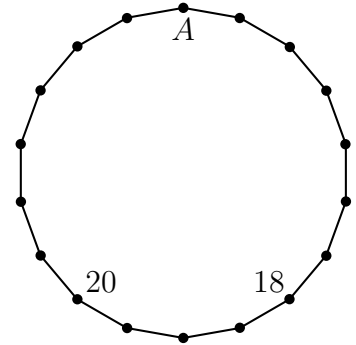
- A) 7                      B) 11                      C) 21                      D) 41                      E) 43

26. W pierścieniu wyznaczonym przez dwa okręgi współśrodkowe o promieniach długości 1 i 9 umieszczamy koła styczne do obu okręgów i niezachodzące na siebie. Ile co najwyżej takich kół można w ten sposób umieścić?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

27. Każdy z wierzchołków 18-kąta foremnego oznaczamy liczbą całkowitą w taki sposób, że każda liczba oznaczająca wierzchołek jest sumą dwóch liczb, którymi oznaczono wierzchołki z nim sąsiadujące. Trzy wierzchołki są już oznaczone – patrz rysunek. Ile jest równe  $A$ ?

- A)  $-18$               B)  $-20$               C) 18              D) 38              E)  $-38$



28. Każdą liczbę ze zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  wpisujemy w dokładnie jedno pole tablicy  $2 \times 3$ . Ile jest takich wypełnień tablicy, że suma liczb w każdym wierszu i w każdej kolumnie jest podzielna przez 3?

- A) 36                      B) 42                      C) 45                      D) 48                      E) Inna liczba.

29. Prostokąt o wymiarach całkowitych dzielimy na kwadraty jednostkowe, następnie pewne z tych kwadratów zamalowujemy, a w każdy niezamalowany kwadrat wpisujemy liczbę jego boków, które są jednocześnie bokami kwadratów zamalowanych (patrz przykład wykonania tej procedury dla prostokąta  $3 \times 4$ ). Ile jest równa możliwie największa wartość sumy liczb wpisanych w prostokąt  $3 \times 13$  w wyniku zastosowania opisanej procedury?

1		2	1
0	3		
1		2	1

- A) 39                      B) 59                      C) 62                      D) 64                      E) 78

30. Kasia zbudowała duży sześciąt z jednakowych małych sześciątów, a następnie pomalowała niektóre jego ściany. Jej młodsza siostra Basia rozłożyła duży sześciąt na małe sześciąt, z których był zbudowany. Okazało się, że 45 małych sześciątów nie ma pomalowanej żadnej ściany. Ile ścian dużego sześciątu pomalowała Kasia?

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6